

# НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ БЕЛОРУССКОЙ ЭКОНОМИКИ

Эрнест Аксень, Сергей Руденков

В работе [1] обобщены характеристики белорусской экономики и приведены логические выводы о ее сильных и слабых сторонах в перспективе. Ниже попытаемся на основе использования параметров экономической деятельности главных экономических субъектов рассмотреть некоторые отличия и особенности белорусской модели экономики и экономики, основанной на идеях, разработанных американскими экономистами для условий США.

## 1. Модель американской экономики

Опишем модель, предложенную в [2, 99—103], для условий американской экономики.

### 1.1. Соотношения между макропоказателями

Пусть  $B_t$  — чистые иностранные активы в момент времени  $t$  (в конце периода  $t$ ),  $CA_t$  — баланс текущего счета за период времени  $t$ . В таком случае имеет место соотношение

$$CA_t = B_t - B_{t-1}. \quad (1)$$

За период времени  $t$  чистые иностранные активы приносят доход  $rB_{t-1}$ , где  $r$  — доходность иностранных активов. (В случае, когда чистые иностранные активы  $B_{t-1}$  в начале периода  $t$  отрицательны,  $rB_{t-1}$  — это доход, выплачиваемый иностранцам.)

Пусть  $Y_t$  — валовой внутренний продукт за период времени  $t$ ,  $C_t$  — потребление,  $G_t$  — государственные расходы,  $I_t$  — инвестиции за период времени  $t$ .

Заметим, что

$$B_t = (B_{t-1} + rB_{t-1}) + (Y_t - C_t - G_t - I_t). \quad (2)$$

Из формул (1), (2) следует, что

$$CA_t = Y_t + rB_{t-1} - C_t - G_t - I_t. \quad (3)$$

Отметим, что  $Y_t + rB_{t-1}$  — валовой национальный доход.

Обозначим через  $S_t$  национальные сбережения за период времени  $t$ .

По определению

$$S_t = Y_t + rB_{t-1} - C_t - G_t. \quad (4)$$

Из формул (3), (4) имеем

$$CA_t = S_t - I_t. \quad (5)$$

Обозначим через  $K_t$  и  $L_t$  основной капитал и количество занятых работников в экономике страны в момент времени  $t$ .

В модели предполагается, что

$$Y_t = F(K_{t-1}, L_{t-1}), \quad (6)$$

где  $F(K, L)$  — производственная функция.

Отметим, что

$$I_t = K_t - K_{t-1}. \quad (7)$$

### 1.2. Поведение домашних хозяйств

В модели предполагается, что доходы домашних хозяйств в периоде  $t$  равны

$$w_t L + CF_t + rB_{t-1}, \quad (8)$$

где  $w_t$  — заработная плата,  $CF_t$  — свободный денежный поток фирм, выплачиваемый населению в виде дивидендов,  $B_{t-1}$  — чистые иностранные активы в начале периода  $t$ ,  $r$  — доходность иностранных активов.

З а м е ч а н и е. Из (8) следует, что весь собственный капитал фирм и все иностранные активы принадлежат населению страны (что не имеет места для экономики Беларуси).

Расходы домашних хозяйств в периоде  $t$  равны

$$C_t + G_t. \quad (9)$$

Следовательно,

$$w_t L_{t-1} + CF_t + rB_{t-1} - C_t - G_t = B_t - B_{t-1}. \quad (10)$$

В модели предполагается, что

$$\left(\frac{1}{1+r}\right)^t B_t \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty, \quad (11)$$

где  $r$  — доходность иностранных активов.

Аксень Эрнест Маврициевич — докторант Белорусского государственного экономического университета  
Руденков Сергей Владимирович — эксперт ЗАО "Белагроинторг"

Условие (11) означает, что страна не может все время финансировать свои расходы за счет иностранных кредитов. Это условие называют условием отсутствия возможностей игры Понци.

В модели предполагается, что население максимизирует полезность, функция полезности задана формулой

$$U_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \theta^t u(C_t), \quad (12)$$

где  $u(C_t)$  — потребление за период времени  $t$ ,  $\theta \in (0, 1)$  — коэффициент межвременных предпочтений.

Следовательно, решается следующая задача:

$$U_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \theta^t u(C_t) \rightarrow \max, \quad (13)$$

$$C_t + B_t - (1+r)B_{t-1} = w_t L_t + CF_t - G_t, \quad (14)$$

$$C_t \geq 0, \quad t \geq 1, \quad (15)$$

$$\left(\frac{1}{1+r}\right)^t B_t \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty. \quad (16)$$

В задаче (13)—(16) переменными являются  $C_t$  и  $B_t$ ,  $t \geq 1$ . (Значение  $B_0$  задано.)

Отметим, что в этой задаче можно избавиться от переменных  $B_t$ ,  $t \geq 1$ , используя условие (16).

Покажем, как это можно сделать.

Из (10) следует, что

$$(1+r)B_0 = \sum_{t=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} (C_t + G_t - w_t L_{t-1} - CF_t) + \left(\frac{1}{1+r}\right)^{T-1} B_T. \quad (17)$$

Перейдя к пределу при  $T \rightarrow \infty$ , с учетом условия трансверсальности (16), получим

$$(1+r)B_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} (C_t + G_t - w_t L_{t-1} - CF_t). \quad (18)$$

Запишем формулу (18) в виде

$$\sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} C_t = (1+r)B_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} (w_t L_{t-1} + CF_t - G_t). \quad (19)$$

С учетом выражения (19) задача максимизации полезности (13)—(16) примет вид

$$U_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \theta^t u(C_t) \rightarrow \max, \quad (20)$$

$$\sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} C_t = (1+r)B_0 + \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{t-1} (w_t L_{t-1} + CF_t - G_t), \quad (21)$$

$$C_t \geq 0. \quad (22)$$

В этой задаче переменными являются только  $C_t$ ,  $t \geq 1$  (траектория потребления).

### 1.3. Поведение фирм

В модели предполагается, что фирмы максимизируют текущую стоимость  $V_0$  свободных денежных потоков  $CF_t$ , которая задана формулой

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t CF_t. \quad (23)$$

При этом свободный денежный поток фирм в периоде  $t$  равен

$$CF_t = F(K_{t-1}, L_{t-1}) - w_t L_{t-1} - I_t. \quad (24)$$

Таким образом, фирмы решают следующую задачу:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t [F(K_{t-1}, L_{t-1}) - w_t L_{t-1} - K_t + K_{t-1}] \rightarrow \max, \quad (25)$$

$$K_t \geq 0, \quad t \geq 1. \quad (26)$$

В этой задаче переменными являются  $K_t$ ,  $t \geq 1$  (траектория капитала).

## 2. Модель белорусской экономики

Применим описанную выше методику построения модели рыночной (американской) экономики для моделирования транзитивной (белорусской) экономики, предварительно выделив некоторые ее особенности.

### 2.1. Отличия и общие черты белорусской и американской экономик

При построении модели белорусской экономики будем основываться на использовании как отличий, так и схожих черт белорусской и американской экономик.

Перечислим отличия белорусской экономики от американской, использованные при построении модели:

- 1) абсолютное большинство белорусских домашних хозяйств не владеют акциями предприятий и не вкладывают сбережения в иностранные активы;
- 2) в своем большинстве белорусские граждане хранят сбережения "дома" (а не в банке, следовательно, сбережения не приносят процент);
- 3) важную роль в белорусской экономике играет государство, являясь крупнейшим собственником средств производства.

Вместе с тем, у белорусской экономики имеются общие черты с американской экономикой, которые использовались авторами в процессе моделирования:

- 1) домашние хозяйства максимизируют полезность, принимая во внимание уровень потребления не только в настоящем, но и в будущем;
- 2) фирмы стремятся максимизировать прибыль, причем при принятии управленческих решений учитывается прибыль не только в настоящем, но и в будущем.

### 2.2. Поведение домашних хозяйств

Домашние хозяйства (потребители) делятся на наемных работников (тип 1) и собственников средств производства (тип 2).

Пусть  $H_t^1$  — сбережения домашних хозяйств первого типа (наемных работников) в момент времени  $t$  (в конце периода  $t$ ),  $w_t$  — заработная плата в течение периода  $t$ ,  $L_t$  — количество домашних хозяйств первого типа в момент времени  $t$ ,  $C_t^1$  — потребление домашних хозяйств первого типа в течение периода  $t$ .

Будем считать, что имеет место следующее соотношение:

$$H_t^1 = H_{t-1}^1 + w_t L_{t-1} - C_t^1, \quad t \geq 1. \quad (27)$$

З а м е ч а н и е. В равенстве (27) мы предполагаем, что сбережения не приносят процент, т. е. сбережения хранятся "дома" (а не в банке). При этом естественно считать, что

$$H_t^1 \geq 0, \quad t \geq 1. \quad (28)$$

Домашние хозяйства первого типа максимизируют полезность:

$$U_0^1 = \sum_{t=1}^{\infty} \theta^t u(C_t^1) \rightarrow \max. \quad (29)$$

Таким образом, максимизируется функция полезности (29) при ограничениях (27), (28). Переменными в данной задаче являются  $C_t^1, t \geq 1$  (траектория потребления).

Пусть  $H_t^2$  — сбережения домашних хозяйств второго типа (предпринимателей, собственников производства) в момент времени  $t$ ,  $CF_t$  — свободный денежный поток фирм в течение периода  $t$ ,  $a_t^g$  — доля государства в собственном капитале фирм в момент времени  $t$ ,  $a_t^f$  — доля отечественного частного капитала в собственном капитале фирм в момент времени  $t$ ,  $a_t^i$  — доля иностранного капитала в собственном капитале фирм в момент времени  $t$ ,  $C_t^2$  — потребление домашних хозяйств второго типа в период времени  $t$ .

Будем считать, что

$$H_t^2 = H_{t-1}^2 + a_{t-1}^p CF_t - C_t^2, \quad t \geq 1. \quad (30)$$

Домашние хозяйства второго типа максимизируют полезность:

$$U_0^2 = \sum_{t=1}^{\infty} \theta^t u(C_t^2) \rightarrow \max \quad (31)$$

при ограничениях (30) и при следующих ограничениях:

$$H_t^2 \geq 0, \quad t \geq 1. \quad (32)$$

Переменными в данной задаче являются  $C_t^2, t \geq 1$  (траектория потребления).

### 2.3. Поведение фирм в условиях Республики Беларусь

Свободный денежный поток фирм в периоде  $t$  определяется следующим образом:

$$CF_t = F(K_{t-1}, L_{t-1}) - w_t L_{t-1} - I_t - T_t. \quad (33)$$

Здесь  $V_t$  — выпуск фирм (национальный доход) в периоде  $t$ ,  $I_t$  — чистые инвестиции в периоде  $t$ ,  $T_t$  — налоги (включая таможенные сборы) в периоде  $t$ .

Будем считать, что фирмы максимизируют текущую стоимость свободных денежных потоков:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t CF_t \rightarrow \max, \quad (34)$$

где  $\delta \in (0, 1)$  — коэффициент дисконтирования.

Предположим, что налоги  $T_t$  определяются значениями  $Y_t, w_t L_{t-1}, I_t$ , т. е.

$$T_t = T(Y_t, w_t L_{t-1}, I_t). \quad (35)$$

Подставим (7) и (35) в (33):

$$CF_t = F(K_{t-1}, L_{t-1}) - w_t L_{t-1} - K_t + K_{t-1} - T(F(K_{t-1}, L_{t-1}), w_t L_{t-1}, K_t - K_{t-1}). \quad (36)$$

С учетом формулы (36) задача максимизации текущей стоимости фирм примет вид

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t [F(K_{t-1}, L_{t-1}) - w_t L_{t-1} - K_t + K_{t-1} - T(F(K_{t-1}, L_{t-1}), w_t L_{t-1}, K_t - K_{t-1})] \rightarrow \max, \quad (37)$$

$$K_t \geq 0, \quad t \geq 1. \quad (38)$$

Переменными в этой задаче являются  $K_t, t \geq 1$  (траектория капитала).

Модель усложняется при детальном рассмотрении поведения белорусских предприятий.

### 2.3.1. Для частных предприятий

$Y_t^*$  — заявленный выпуск. Фирмы заинтересованы в том, чтобы  $Y_t^* \leq Y_t$ .

$w_t^*$  — заявленная заработная плата. Фирмы заинтересованы в том, чтобы  $w_t^* \leq w_t$ . В этом случае меньше налог на заработную плату.

$I_t^*$  — заявленные инвестиции. Фирмы заинтересованы в том, чтобы  $I_t^* \geq I_t$ . В этом случае больше налоговые льготы.

Следовательно,

$$T_t^* = T(Y_t^*, w_t^* L_{t-1}, I_t^*) \text{ — уплачиваемый налог,}$$

$$CF_t = Y_t - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^* \text{ — свободный денежный поток.}$$

Пусть возможный штраф для фирмы в случае обнаружения контролирующими органами сокрытия доходов зависит от  $T_t$  и  $T_t^*$ :  $\Phi_t = \Phi(T_t, T_t^*)$ ,  $q_t$  — вероятность штрафа в периоде  $t$ .

Тогда ожидаемый штраф равен  $q_t \Phi_t$ .

С учетом ожидаемого штрафа свободный денежный поток будет равен

$$CF_t = Y_t - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^* - q_t \Phi_t.$$

Следовательно, выражение (37) примет следующий вид:

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t CF_t = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t [Y_t - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^* - q_t \Phi_t].$$

В задаче максимизации полезности переменными являются  $K_t, Y_t^*, I_t^*$ .

### 2.3.2. Для государственных предприятий

Директор предприятия может присвоить часть выпуска. (Например, продать продукцию по ценам, выше заявленных.)

$Y_t - Y_t^*$  директор предприятия присваивает.

$I_t - I_t^*$  также присваивает.

$$SI_t = [Y_t - Y_t^*] + [I_t - I_t^*] \text{ — теневой доход директора в периоде } t.$$

$w_t^* = w_t$  — заявленная зарплата равна реальной (на государственных предприятиях зарплату в конвертах не выдают).

$$CF_t = Y_t^* - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^*, \text{ причем } T_t^* = T(Y_t, w_t L_{t-1}, I_t^*),$$

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t CF_t = \sum_{t=1}^{\infty} \delta^t [Y_t^* - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^*].$$

В случае выявления махинаций директора предприятия наказывают. Будем считать, что наказание зависит от  $(Y_t, Y_t^*, I_t, I_t^*)$ .  
 $SIV_0 = SIV(SI_1, SI_2, \dots)$  — текущая стоимость теневых доходов с учетом возможного наказания (при увеличении  $SI_t$   $SIV_0$  вначале увеличивается, а затем уменьшается).

Полезность директора зависит от  $V_0$  и от  $SIV_0$ :  $u = u(V_0, SIV_0)$ .  
 Директор максимизирует полезность:  $u = u(V_0, SIV_0) \rightarrow \max$ .

В задаче максимизации полезности переменными являются  $K_t, Y_t^*, I_t^*$ .

### 2.3.3. Для малых частных предприятий (в которых владелец и директор — одно и то же лицо)

В этом случае фирму можно рассматривать как часть домашнего хозяйства.

$$H_t^2 = H_{t-1}^2 + CF_t - C_t^2,$$

$$CF_t = Y_t - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^* - q_t \Phi_t.$$

Отсюда

$$H_t^2 = H_{t-1}^2 + Y_t - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^* - q_t \Phi_t - C_t^2.$$

В этом случае решается задача максимизации полезности:

$$U_0^2 = \sum_{t=1}^{\infty} \theta^t u(C_t^2) \rightarrow \max,$$

$$H_t^2 = H_{t-1}^2 + Y_t - w_t L_{t-1} - I_t - T_t^* - q_t \Phi_t - C_t^2.$$

Переменными в данной задаче являются  $C_t^2, K_t, Y_t^*, I_t^*$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Руденков В. М. Развитие экономики Беларуси: модель и проблемы // Белорусский журнал международного права и международных отношений. 2003. № 1. С. 76—79.
2. Obstfeld M., Rogoff K. Foundations of International Macroeconomics. MIT Press, 1996.
3. Kamien M. I., Schwartz N. L. Dynamic Optimization. North-Holland, 1991.
4. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Айрис-пресс, 2002.
5. Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.

### SUMMARY

#### "Some Specific Features of Belarusian Economy Modelling" (Ernest Aksen, Sergey Rudenkov)

The work sets out the US and Belarusian economic models according to a single pattern with regard to the interests of major economic subjects of each state. The authors single out only some peculiarities of the Belarusian economic model. However, they extremely complicate the model, thus requiring corresponding statistic and analytic material for the successful realization of the model formed. As the material is collected and processed, the model will be realized and conclusions made of the prospective advantages and drawbacks of the economies compared.